

## ANALISIS KESTABILAN DAN SENSITIVITAS MODEL KECANDUAN FILM KARTUN

### [Stability and Sensitivity Analysis of The Cartoon Addiction Model]

Ilham Syata<sup>1)</sup>, St. Nur Humairah Halim<sup>2)\*</sup>

<sup>1)</sup>Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, <sup>2)</sup>Universitas Muhammadiyah Makassar

<sup>1)</sup>*ilham.syata@uin-alauddin.ac.id*, <sup>2)</sup>*humairah@unismuh.ac.id (corresponding)*

## ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk membangun model kecanduan menonton film kartun serta menganalisis kestabilan titik tetap dan sensitivitas parameter. Kebaruan penelitian ini terletak pada model matematika kecanduan menonton film kartun dengan membagi populasi ke dalam empat kelas utama, yaitu individu rentan, kadang-kadang, kecanduan, dan berhenti permanen. Metode yang digunakan meliputi formulasi model matematis berbasis sistem persamaan diferensial, perhitungan bilangan reproduksi dasar dengan pendekatan *next generation matrix*, analisis kestabilan titik tetap, serta evaluasi indeks sensitivitas untuk mengidentifikasi parameter yang berpengaruh terhadap bilangan reproduksi dasar. Hasil analisis menunjukkan bahwa titik tetap tanpa kecanduan stabil asimtotik lokal ketika  $\mathcal{R}_0 < 1$ , sedangkan titik tetap endemik stabil asimtotik lokal ketika  $\mathcal{R}_0 > 1$ . Analisis sensitivitas memperlihatkan bahwa parameter laju masuknya individu rentan ( $\pi$ ) dan laju efektifitas kontak ( $\alpha$ ) berkontribusi positif terhadap peningkatan  $\mathcal{R}_0$ , sementara parameter transisi rentan ke tak tertarik film kartun ( $\delta$ ), laju pemulihan dari kecanduan ( $\varepsilon$ ), dan kematian alami ( $\mu$ ) berperan menurunkan  $\mathcal{R}_0$ . Simulasi numerik mendukung hasil analisis teoretis dengan memperlihatkan dinamika populasi yang sesuai dengan kondisi kestabilan titik tetap. Kesimpulannya, model ini memberikan gambaran komprehensif tentang dinamika kecanduan film kartun dan dapat digunakan untuk merancang strategi pencegahan serta penanganan yang lebih tepat dalam masyarakat.

**Kata kunci:** Model Matematika; Kecanduan film kartun; Kestabilan Titik tetap; Sensitivitas Parameter

## ABSTRACT

This study aims to develop a model of cartoon addiction and analyze the stability of fixed points and parameter sensitivity. The novelty of this study lies in the mathematical model of cartoon addiction by dividing the population into four main classes, namely vulnerable individuals, occasional viewers, addicts, and those who have permanently stopped watching cartoons. The methods used include the formulation of a mathematical model based on a system of differential equations, the calculation of the basic reproduction number using the next generation matrix approach, the analysis of fixed point stability, and the evaluation of sensitivity indices to identify parameters that affect the basic reproduction number. The results of the analysis show that the fixed point without addiction is locally asymptotically stable when  $\mathcal{R}_0 < 1$ , while the endemic fixed point is locally asymptotically stable when  $\mathcal{R}_0 > 1$ . Sensitivity analysis shows that the parameters of the entry rate of susceptible individuals ( $\pi$ ) and the effective contact rate ( $\alpha$ ) contribute positively to the increase in  $\mathcal{R}_0$ , while the parameters of the transition from susceptible to not interested in cartoons ( $\delta$ ), the recovery rate from addiction ( $\varepsilon$ ), and natural mortality ( $\mu$ ) contribute to the decrease in  $\mathcal{R}_0$ . In conclusion, this model provides a comprehensive overview of the dynamics of cartoon addiction and can be used to design more appropriate prevention and treatment strategies in society.

**Keywords:** Mathematical Models; Cartoon Addiction; Fixed Point Stability; Parameter Sensitivity

## PENDAHULUAN

Film kartun merupakan salah satu bentuk hiburan digital yang sangat mudah diakses melalui televisi, platform streaming, dan media daring sehingga paparan masyarakat terhadap konten animasi terus meningkat (Bushman & Anderson, 2017; Verakandhi, 2024; Dinç, 2025). Industri animasi global yang berkembang pesat, khususnya di Jepang dan Tiongkok, menghasilkan karya dengan grafis berkualitas tinggi dan alur cerita yang menarik sehingga mampu mempertahankan perhatian penonton dalam waktu yang lama (Napier, 2001; Junzhe et al., 2024). Daya tarik visual dan kemudahan akses tersebut mendorong sebagian individu menonton film kartun secara berlebihan, yang dalam beberapa kondisi dapat berkembang menjadi bentuk kecanduan perilaku (Kuss & Griffiths, 2012). Fenomena ini menimbulkan dampak negatif pada kesehatan fisik seperti gangguan tidur dan kelelahan mata, serta memengaruhi perkembangan sosial dan psikologis terutama pada kelompok usia muda (Rideout et al., 2010; Gentile et al., 2014).

Kecanduan terhadap aktivitas digital seperti game, media sosial, maupun tontonan animasi memiliki pola penyebaran kebiasaan yang serupa dengan dinamika epidemiologi sehingga dapat dianalisis menggunakan pendekatan biomatematika (Weinstein, 2010). Sejumlah penelitian terdahulu mengadopsi model epidemiologi untuk memperkirakan dan memahami penyebaran perilaku adiktif dalam masyarakat, termasuk model penyebaran kebiasaan merokok (Zaman, 2011), kecanduan alkohol (Khajji et al, 2020), penyalahgunaan narkoba (White & Comiskey, 2007), serta kecanduan game online (Guo et al., 2020; Kaleb & Endiriyas, 2025; Syata & Halim, 2025). Berbagai penelitian tersebut membuktikan bahwa pemodelan matematika dapat digunakan untuk menilai faktor penyebab, proses penyebaran, serta potensi pengendalian fenomena kecanduan (Hethcote, 2000). Oleh karena itu, pendekatan ini relevan untuk diterapkan dalam memahami kecanduan film kartun sebagai salah satu bentuk perilaku adiktif yang berkembang pada masyarakat modern.

Dalam konteks ini, penelitian tentang kecanduan film kartun dapat disederhanakan dalam persamaan matematika dengan membagi populasi ke dalam empat kelas utama, yaitu *A* (rentan), yaitu individu yang memiliki potensi menjadi kecanduan; *B* (kecanduan film kartun), yaitu individu yang menonton film kartun secara berlebihan; *C* (berhenti permanen), yaitu individu yang telah berhasil berhenti dari kebiasaan kecanduan; dan *D* (tidak tertarik menonton film kartun), yaitu individu yang tidak memiliki minat terhadap film kartun (Murray, 2002). Pembagian kelas ini memungkinkan pelacakan perpindahan individu dari satu perilaku ke perilaku lain sesuai dinamika sosial dan kebiasaan menonton. Struktur kelas tersebut memberikan kerangka matematis untuk mengevaluasi bagaimana kecanduan dapat muncul, menyebar, atau berkurang dalam suatu populasi.

Untuk memahami dinamika sistem secara menyeluruh, analisis kestabilan dan sensitivitas perlu dilakukan pada titik tetap bebas kecanduan maupun titik tetap endemik menggunakan teori sistem dinamik (Perko, 2013). Bilangan reproduksi dasar dihitung menggunakan metode *Next Generation Matrix* untuk menentukan apakah kecanduan akan hilang atau bertahan dalam populasi (Van den Driessche & Watmough, 2002). Selain itu, analisis sensitivitas digunakan untuk mengidentifikasi parameter dominan yang memengaruhi perubahan bilangan reproduksi dasar sehingga dapat diketahui faktor-faktor penting dalam pengendalian kecanduan (Edelstein-Keshet, 2005). Dengan demikian, penelitian ini bertujuan untuk memberikan gambaran matematis yang komprehensif mengenai dinamika kecanduan film kartun serta mendukung upaya penyusunan strategi intervensi dan pencegahan yang lebih efektif.

## METODE PENELITIAN

Metode penelitian ini merupakan penelitian analitis-teoretis yang menggunakan pendekatan pemodelan matematis melalui sistem persamaan diferensial taklinier. Penelitian berfokus pada analisis perilaku dinamika populasi dalam konteks kecanduan film kartun. Model disusun berdasarkan diagram alur kelas ABCD dan asumsi biologis serta perilaku yang relevan. Setelah model terbentuk, dilakukan analisis untuk menentukan daerah solusi sehingga dapat dipastikan bahwa setiap solusi bersifat tak-negatif dan terbatas. Selanjutnya, ditentukan titik tetap bebas kecanduan dan titik tetap endemik melalui penyelesaian sistem stasioner, serta dihitung bilangan reproduksi dasar

menggunakan pendekatan *Next Generation Matrix* sebagai indikator peluang bertahannya kecanduan dalam populasi.

Analisis kestabilan dilakukan dengan mengevaluasi titik tetap bebas kecanduan berdasarkan bilangan reproduksi dasar dan menggunakan matriks Jacobi serta kriteria Routh–Hurwitz untuk menganalisis kestabilan titik tetap endemik. Selain itu, dilakukan analisis sensitivitas untuk mengetahui parameter-parameter yang paling berpengaruh terhadap perubahan bilangan reproduksi dasar. Tahap akhir penelitian berupa simulasi numerik yang bertujuan untuk memvisualisasikan dinamika populasi pada kondisi  $\mathcal{R}_0 < 1$  dan  $\mathcal{R}_0 > 1$ . Simulasi ini sekaligus menjadi verifikasi hasil analisis teoretis yang diperoleh sebelumnya.

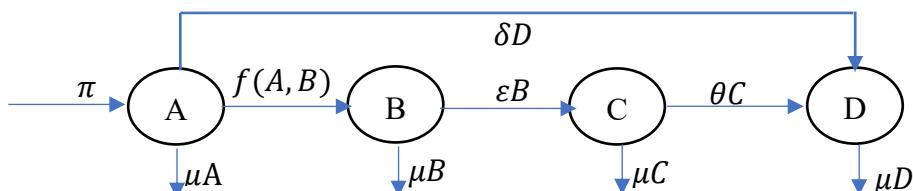
## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Model Matematika

Dalam pembentukan model penyebaran kecanduan film kartun, populasi dibagi menjadi 4 kelas yaitu  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , dan  $D$ , serta model ini disebut sebagai model ABCD. Kelas  $A$  menyatakan jumlah individu yang memiliki potensi menjadi kecanduan menonton film kartun. Jumlah individu pada kelas ini akan bertambah melalui masuknya individu baru ke populasi dengan laju  $\pi$ . Kelas  $A$  akan berkurang karena beberapa faktor, yaitu adanya individu yang menjadi kecanduan akibat interaksi dengan individu pada kelas  $B$  dengan tingkat kejemuhan  $f(A, B) = \frac{\alpha AB}{1+\sigma B}$ , kematian alami dengan laju  $\mu$ , serta perpindahan langsung ke kelas  $D$  akibat pencegahan atau penolakan minat menonton film kartun dengan laju  $\delta$ . Kelas  $B$  menyatakan jumlah individu yang kecanduan menonton film kartun. Individu pada kelas ini akan bertambah karena adanya perpindahan dari kelas  $A$  melalui proses penularan atau paparan dengan laju jemuhan  $f(A, B) = \frac{\alpha AB}{1+\sigma B}$ . Kelas ini akan berkurang karena pemulihan atau berhenti sementara menonton film kartun ke kelas  $C$  dengan laju  $\varepsilon$ , serta kematian alami dengan laju  $\mu$ .

Kelas  $C$  menyatakan jumlah individu yang berhenti menonton film kartun, tetapi pemulihannya belum mantap. Kelas ini akan bertambah akibat perpindahan dari kelas  $B$  dengan laju  $\varepsilon$ . Jumlahnya akan berkurang karena adanya perpindahan ke kelas  $D$  sebagai individu yang benar-benar mantap tidak berminat menonton film kartun dengan laju  $\theta$ , serta kematian alami dengan laju  $\mu$ . Kelas  $D$  menyatakan jumlah individu yang tidak memiliki keinginan menonton film kartun. Jumlah individu pada kelas ini akan bertambah melalui dua jalur, yaitu perpindahan dari kelas  $A$  akibat pencegahan atau penolakan minat dengan laju  $\delta$  dan perpindahan dari kelas  $C$  melalui pemantapan berhenti dengan laju  $\theta$ . Kelas ini akan berkurang karena kematian alami dengan laju  $\mu$ .

Dari asumsi diatas dapat dibuatkan diagram alur model ABCD, sebagai berikut :



Gambar 1. Diagram Alur Model ABCD

Berdasarkan asumsi dan gambar, maka model matematika yang terbentuk adalah :

$$\begin{aligned}
 \frac{dA}{dt} &= \pi - \frac{\alpha AB}{1+\sigma B} - (\mu + \delta)A, \\
 \frac{dB}{dt} &= \frac{\alpha AB}{1+\sigma B} - (\mu + \varepsilon)B, \\
 \frac{dC}{dt} &= \varepsilon B - (\mu + \theta)C, \\
 \frac{dD}{dt} &= \delta A + \theta C - \mu D.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Di mana  $N = A + B + C + D$  adalah total populasi.

**Tabel 1. Deskripsi Parameter Model ABCD**

| Parameter     | Keterangan                     | Satuan                   |
|---------------|--------------------------------|--------------------------|
| $\pi$         | Laju individu baru yang rentan | Orang/waktu              |
| $\alpha$      | Laju efektifitas kontak        | 1/(orang $\times$ waktu) |
| $\sigma$      | Faktor penghambat              | 1/orang                  |
| $\delta$      | Laju individu $A$ ke $D$       | 1/waktu                  |
| $\varepsilon$ | Laju individu $B$ ke $C$       | 1/waktu                  |
| $\theta$      | Laju individu $C$ ke $D$       | 1/waktu                  |
| $\mu$         | Laju kematian alami            | 1/waktu                  |

Daerah solusi model ABCD pada sistem adalah taknegatif dan terbatas untuk setiap waktu. Hal ini dapat ditunjukkan berdasarkan lemma berikut

**Lemma 1.** *Himpunan  $\Omega = \{(A, B, C, D) \in \mathbb{R}_+^4 : 0 \leq A + B + C + D \leq \frac{\pi}{\mu} + N_0\}$  adalah solusi yang taknegatif dan terbatas dari sistem dimana  $N_0$  adalah total populasi pada saat  $t_0$ .*

**Bukti.** Misalkan  $N = A + B + C + D$ , berdasarkan sistem (1) diperoleh

$$\frac{dN}{dt} = \pi - \mu N$$

$$N = \frac{\pi}{\mu} (1 - e^{-\mu t}) + N_0 e^{-\mu t}$$

Karena  $0 < e^{-\mu t} \leq 1$  untuk setiap  $t \geq 0$  maka diperoleh

$$N \leq \frac{\pi}{\mu} (1 - e^{-\mu t}) + N_0 e^{-\mu t}$$

Karena  $A, B, C$ , dan  $D$  taknegatif maka untuk setiap  $t \geq 0$  diperoleh

$$0 \leq A + B + C + D \leq \frac{\pi}{\mu} + N_0$$

### **Titik Tetap dan Bilangan Reproduksi Dasar**

Titik tetap sistem akan diperoleh dengan  $\frac{dA}{dt} = \frac{dB}{dt} = \frac{dC}{dt} = \frac{dD}{dt} = 0$ , sehingga diperoleh persamaan berikut

$$\pi - \frac{\alpha AB}{1 + \sigma B} - (\mu + \delta)A = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\alpha AB}{1 + \sigma B} - (\mu + \varepsilon)B = 0, \quad (3)$$

$$\varepsilon B - (\mu + \theta)C = 0, \quad (4)$$

$$\delta A + \theta C - \mu D = 0. \quad (5)$$

Dengan menyelesaikan persamaan (2)-(5) diperoleh dua titik tetap yaitu titik tetap bebas penyakit dan endemik. Titik tetap tanpa kecanduan

$$B = 0, A = \frac{\pi}{\mu + \delta}, C = 0, D = \frac{\delta \pi}{\mu(\mu + \delta)}.$$

Bilangan reproduksi dasar dihitung dengan menggunakan metode *the next generation matrix* untuk sistem (1). Dari sistem (1) dituliskan Kembali persamaan kelas infeksi yaitu

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\alpha AB}{1 + \sigma B} - (\mu + \varepsilon)B.$$

Berdasarkan sistem (1) diperoleh fungsi  $\mathcal{F}_i$  dan  $\mathcal{V}_i$  sebagai berikut

$$\mathcal{F}_i = \frac{\alpha AB}{1 + \sigma B}, \mathcal{V}_i = (\mu + \varepsilon)B.$$

Matriks Jacobi fungsi  $\mathcal{F}_i$  dan  $\mathcal{V}_i$  yang dievaluasi terhadap titik tetap tanpa penyakit Adalah

$$M = \frac{\alpha\pi}{(\mu + \delta)}, N = (\mu + \varepsilon).$$

Bilangan reproduksi dasar diperoleh dari nilai eigen dominan dari matriks  $MN^{-1}$ , yaitu

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\alpha\pi}{(\mu + \delta)(\mu + \varepsilon)}.$$

Titik tetap endemik merupakan kondisi dimana terdapat kecanduan dalam suatu populasi dan dapat menularkan. Dari sistem diperoleh titik tetap endemik.

$$B^* = \frac{(\mu + \delta)(\mathcal{R}_0 - 1)}{(\mu + \delta)\sigma + \alpha}, A^* = \frac{(\mu + \varepsilon)(1 + \sigma B^*)}{\alpha}, C^* = \frac{\varepsilon B^*}{(\mu + \theta)}, D^* = \frac{\delta A^* + \theta C^*}{\mu}.$$

Sehingga titik tetap endemik yaitu  $E^*(A, B, C, D)$ .

### Analisis Sensitivitas

Untuk memahami pengaruh setiap parameter dalam menentukan dinamika model, dilakukan analisis sensitivitas terhadap nilai  $\mathcal{R}_0$ . Analisis ini bertujuan untuk mengetahui seberapa besar perubahan suatu parameter akan memengaruhi nilai  $\mathcal{R}_0$ , sehingga dapat diidentifikasi parameter mana yang paling berperan penting dalam penyebaran maupun pengendalian dinamika sistem. Hasil analisis sensitivitas ditunjukkan pada Tabel berikut yang memuat parameter-parameter model beserta indeks sensitivitasnya terhadap nilai  $\mathcal{R}_0$ .

**Tabel 2. Indeks Sensitivitas Parameter model ABCD**

| Parameter     | Indeks Sensitivitas   |
|---------------|---|
| $\pi$         | $C_{\pi}^{\mathcal{R}_0} = \frac{\alpha}{(\mu + \delta)(\mu + \varepsilon)} > 0$  |
| $\alpha$      | $C_{\alpha}^{\mathcal{R}_0} = \frac{\pi}{(\mu + \delta)(\mu + \varepsilon)} > 0$  |
| $\delta$      | $C_{\delta}^{\mathcal{R}_0} = \frac{-\alpha\pi}{(\mu + \varepsilon)(\mu + \delta)^2} < 0$   |
| $\varepsilon$ | $C_{\varepsilon}^{\mathcal{R}_0} = \frac{-\alpha\pi}{(\mu + \delta)(\mu + \varepsilon)^2} < 0$  |
| $\mu$         | $C_{\mu}^{\mathcal{R}_0} = \frac{-\alpha\pi(2\mu + \delta + \varepsilon)}{(\mu^2 + (\delta + \varepsilon)\mu + \delta\varepsilon)^2} < 0$ |

Tabel parameter dan indeks sensitivitas tersebut menunjukkan bagaimana perubahan setiap parameter memengaruhi bilangan reproduksi dasar  $\mathcal{R}_0$  pada model yang dikaji. Parameter  $\pi$  (laju masuknya individu rentan) dan  $\alpha$  (laju efektifitas kontak) memiliki indeks sensitivitas positif, sehingga peningkatan kedua parameter ini akan menaikkan nilai  $\mathcal{R}_0$  dan memperbesar kemungkinan penyebaran atau bertahannya kecanduan. Sebaliknya, parameter  $\delta$  (laju transisi individu rentan ke tak tertarik film kartun),  $\varepsilon$  (laju berhenti pemulihan dari kecanduan), dan  $\mu$  (laju kematian alami), memiliki indeks sensitivitas negatif, yang berarti peningkatan nilai salah satunya justru menurunkan  $\mathcal{R}_0$  dan menghambat keberlangsungan kecanduan. Dengan demikian, analisis sensitivitas ini

memperlihatkan bahwa faktor-faktor yang meningkatkan laju pemulihan, transisi keluar dari kecanduan, maupun laju kematian alami individu dapat menjadi kunci dalam menekan penyebaran kecanduan, sedangkan faktor yang meningkatkan peluang masuk atau interaksi menuju kecanduan justru memperbesar risiko keberlanjutan fenomena tersebut.

### Analisis Kestabilan

Pada bagian ini dilakukan analisis kestabilan titik tetap berdasarkan teorema berikut.

**Teorema 1.** Titik tetap tanpa penyakit  $E_0$  untuk sistem bersifat stabil asimtotik jika  $\mathcal{R}_0 < 1$ , dan tidak stabil jika  $\mathcal{R}_0 > 1$ .

**Bukti.** Matriks jacobii untuk titik tetap tanpa penyakit yaitu

$$J_{E_0} = \begin{bmatrix} -(\mu + \delta) & \frac{-\alpha\pi}{\mu + \delta} & 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{-\alpha\pi}{\mu + \delta} + \mu + \varepsilon\right) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & -(\mu + \theta) & 0 \\ \delta & 0 & \theta & -\mu \end{bmatrix}$$

$$(\lambda + \mu)(\lambda + \mu + \theta)\left(\lambda + \left(\frac{-\alpha\pi}{\mu + \delta} + \mu + \varepsilon\right)\right)(\lambda + \mu + \delta) = 0$$

$$\lambda_1 = -\mu, \lambda_2 = -(\mu + \theta), \lambda_3 = -(\mu + \delta), \lambda_4 = \frac{\alpha\pi}{\mu + \delta} - (\mu + \varepsilon)$$

Jelas bahwa  $\lambda_{1,2,3} < 0$  dan  $\lambda_4 < 0$  jika  $\mathcal{R}_0 < 1$ , sehingga kestabilan titik tetap bebas kecanduan adalah stabil asimtotik local jika  $\mathcal{R}_0 < 1$ .

**Teorema 2.** Titik tetap endemik  $E^*$  untuk sistem stabil asimtotik jika  $\mathcal{R}_0 > 1$ , dan tidak stabil jika  $\mathcal{R}_0 < 1$ .

**Bukti.** Matriks Jacobi untuk titik tetap endemik yaitu

$$J = \begin{bmatrix} -\Phi_2 & -\Phi_3 & 0 & 0 \\ \Phi_1 & -\Phi_4 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & -(\mu + \theta) & 0 \\ \delta & 0 & \theta & -\mu \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik

$$(\lambda + \mu)(\lambda + \mu + \theta)(\lambda^2 + Q_1\lambda + Q_2) = 0$$

Dimana

$$\Phi_1 = \frac{\alpha(\mu + \delta)(\mathcal{R}_0 - 1)}{\alpha + \sigma(\mu + \delta)\mathcal{R}_0}$$

$$\Phi_2 = \Phi_1 + \mu + \delta$$

$$\Phi_3 = \frac{(\mu + \varepsilon)(\alpha + \sigma(\mu + \delta))}{\alpha + \sigma(\mu + \delta)\mathcal{R}_0}$$

$$\Phi_4 = \frac{(\mu + \varepsilon)\sigma(\mu + \delta)(\mathcal{R}_0 - 1)}{\alpha + \sigma(\mu + \delta)\mathcal{R}_0}$$

$$Q_1 = \Phi_2 + \Phi_4$$

$$Q_2 = \Phi_2\Phi_4 + \Phi_1\Phi_3$$

Dari persamaan tersebut diperoleh  $\lambda_1 = -\mu < 0$  dan  $\lambda_2 = -(\mu + \theta) < 0$ . Jika  $\mathcal{R}_0 > 1$  diperoleh  $Q_1 > 0$  dan  $Q_2 > 0$  sehingga menurut kriteria routh hourwitz bagian real dari  $\lambda_{3,4} < 0$ .

Berdasarkan penjabaran tersebut, kita dapat menyimpulkan bahwa  $\lambda_{1,2} < 0$  dan  $\lambda_{3,4} < 0$  jika  $\mathcal{R}_0 > 1$  sehingga kestabilan titik tetap endemik adalah stabil asimtotik lokal.

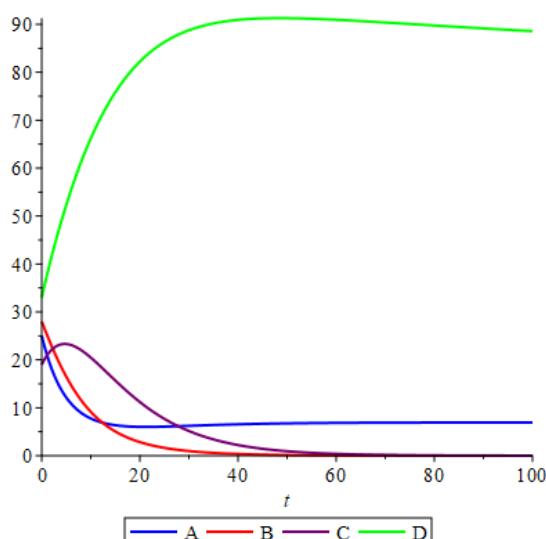
## Simulasi Numerik

Simulasi numerik pada model dilakukan untuk menunjukkan sifat kestabilan dari masing-masing titik tetap dan untuk memahami hal-hal yang terjadi dalam sistem dinamik. Simulasi model kecanduan film kartun dilakukan dengan mengubah-ubah nilai parameter yang masih memungkinkan untuk dikontrol oleh manusia dalam upaya penekanan kecanduan film kartun.

**Tabel 3. Nilai Parameter Model ABCD**

| Parameter     | Keterangan |
|---------------|------------|
| $\pi$         | 0,9        |
| $\sigma$      | 0,1        |
| $\delta$      | 0,12       |
| $\varepsilon$ | 0,15       |
| $\theta$      | 0,1        |
| $\mu$         | 0,01       |

Untuk Simulasi Numerik  $\mathcal{R}_0 < 1$ , misalkan diberikan nilai parameter dan  $\alpha = 0,01$  diperoleh  $\mathcal{R}_0 = 0,43$  dan titik tetap tanpa kecanduan ( $A = 6,92$ ,  $B = 0$ ,  $C = 0$ ,  $D = 83,08$ ), dinamika populasi pada gambar berikut.



**Gambar 2.** Simulasi numerik model ABCD dengan  $\mathcal{R}_0 < 1$

Gambar 2 menunjukkan hasil simulasi numerik model kecanduan film kartun pada kondisi  $\mathcal{R}_0 < 1$ . Nilai ini menunjukkan bahwa satu individu kecanduan rata-rata tidak mampu menularkan perilaku kecanduan kepada lebih dari satu individu rentan. Dengan demikian, kecanduan tidak dapat mempertahankan keberadaannya dalam populasi, dan sistem bergerak menuju titik tetap bebas kecanduan.

Hasil simulasi memperlihatkan bahwa jumlah individu rentan (A) secara bertahap meningkat dan mendekati nilai kesetimbangan  $A = 6,92$ . Hal ini terjadi karena tidak adanya tekanan infeksi dari kelas kecanduan, sehingga populasi rentan hanya dipengaruhi oleh laju masuknya individu baru dan laju berpindah ke kelas berhenti permanen.

Sementara itu, jumlah individu kecanduan (B) menurun dengan cepat hingga mencapai nol. Penurunan ini menggambarkan bahwa setiap individu yang awalnya berada pada kelas kecanduan tidak cukup efektif menularkan kecanduan kepada individu rentan, sehingga populasi kecanduan menghilang secara bertahap sebagaimana diprediksi oleh kondisi  $\mathcal{R}_0 < 1$ .

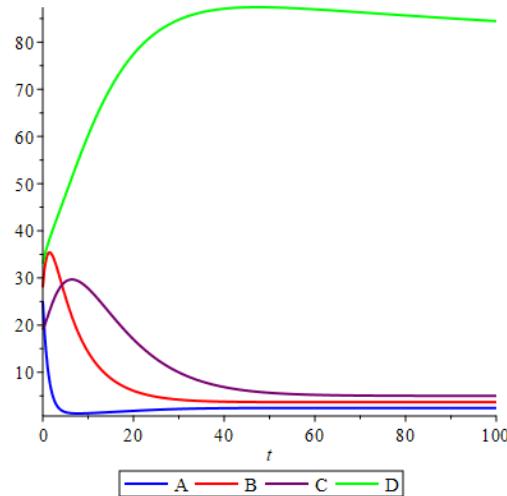
Pada saat yang sama, kelas pemulihan tidak sempurna (C) juga menurun menuju nol. Karena perpindahan dari kecanduan menuju kelas ini berkurang drastis, maka C ikut menghilang seiring dengan hilangnya B.

Adapun kelas berhenti permanen D meningkat menuju nilai kesetimbangan  $D = 83,08$ . Kelas ini menjadi dominan karena individu dari kelas rentan maupun kelas pemulihan tidak sempurna

perlahan bermigrasi menuju keadaan berhenti permanen melalui proses pencegahan dan pemantapan berhenti.

Secara keseluruhan, Gambar 2 menunjukkan bahwa apabila  $\mathcal{R}_0 < 1$ , maka sistem akan selalu bergerak menuju titik tetap bebas kecanduan, yaitu kondisi di mana tidak terdapat individu kecanduan dalam populasi. Pada kondisi ini, kecanduan tidak dapat bertahan atau menyebar sehingga strategi pengendalian yang menekan laju interaksi atau meningkatkan laju pemulihan terbukti efektif dalam menghilangkan kecanduan secara menyeluruh.

Untuk Simulasi Numerik  $\mathcal{R}_0 > 1$ , Misalkan diberikan nilai parameter  $\alpha = 0,09$  diperoleh  $\mathcal{R}_0 = 3,89$  dan titik tetap kecanduan ( $A = 2,43$ ,  $B = 3,65$ ,  $C = 4,98$ ,  $D = 78.94$ ), dinamika populasi pada gambar berikut



**Gambar 3.** Simulasi numerik model ABCD dengan  $\mathcal{R}_0 > 1$

Gambar 3 menunjukkan hasil simulasi numerik model ABCD pada kondisi  $\mathcal{R}_0 > 1$ . Nilai ini menunjukkan bahwa setiap individu yang kecanduan film kartun dapat “menularkan” kebiasaan tersebut kepada lebih dari satu individu rentan, sehingga kecanduan akan bertahan dan berkembang dalam populasi. Grafik pada gambar tersebut memperlihatkan dinamika seluruh kelas ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ , dan  $D$ ) menuju titik tetap endemik.

Pada awal simulasi, jumlah individu rentan  $A$  mengalami penurunan signifikan. Hal ini disebabkan oleh tingginya laju interaksi yang menyebabkan sebagian besar individu rentan berpindah ke kelas kecanduan ( $B$ ). Seiring waktu, nilai  $A$  tidak turun hingga nol, tetapi menuju nilai keseimbangan jangka panjang, yaitu  $A = 2,43$ , yang sesuai dengan titik tetap endemik yang diperoleh secara analitis. Artinya, dalam keadaan endemik, populasi rentan tetap ada namun dalam jumlah yang relatif kecil.

Kelas kecanduan  $B$  mengalami peningkatan pesat pada fase awal karena tingginya nilai  $\mathcal{R}_0$ . Setelah mencapai puncaknya, jumlah individu kecanduan menurun perlahan menuju nilai setimbang  $B = 3,65$ . Hal ini menunjukkan bahwa kecanduan tetap bertahan dalam populasi meskipun tidak semua individu rentan berpindah ke kelas kecanduan.

Sementara itu, jumlah individu pada kelas  $C$  juga meningkat selama proses dinamika berlangsung. Individu yang sebelumnya kecanduan berpindah ke kelas  $C$  melalui laju pemulihan parsial, sehingga grafik menunjukkan peningkatan menuju nilai kesetimbangan  $C = 4,98$ . Nilai ini lebih besar daripada jumlah individu kecanduan pada titik tetap, yang menandakan bahwa lebih banyak individu memilih untuk berhenti sementara, meskipun masih memungkinkan untuk kembali kecanduan.

Kelas  $D$  yaitu individu yang berhenti permanen, tetap menjadi kelas dengan populasi terbesar, stabil pada nilai setimbang  $D = 78,94$ . Nilai ini mendominasi struktur populasi karena adanya perpindahan dari individu rentan maupun individu yang sembuh tak sempurna menuju kelas berhenti permanen. Kondisi ini menggambarkan bahwa meskipun kecanduan dapat bertahan dalam populasi, sebagian besar individu mampu mencapai kondisi berhenti permanen.

Secara keseluruhan, Gambar 3 mendukung hasil analisis teoritis bahwa ketika  $\mathcal{R}_0 > 1$ , maka sistem bergerak menuju titik tetap endemik. Semua kelas cenderung menuju nilai yang sama dengan titik tetap endemik yang diperoleh melalui analisis matematis, sehingga memvalidasi kestabilan titik endemik. Dengan demikian, simulasi ini menunjukkan bahwa kecanduan film kartun akan tetap eksis dan tidak dapat dihilangkan sepenuhnya tanpa intervensi signifikan yang mampu menurunkan  $\mathcal{R}_0$  di bawah 1.

## PENUTUP

### Simpulan

Penelitian ini berhasil mengembangkan model biomatematika kecanduan film kartun dengan membagi populasi ke dalam empat kelas, yaitu rentan ( $A$ ), kecanduan ( $B$ ), pemulihan tak sempurna ( $C$ ), dan berhenti permanen ( $D$ ). Melalui analisis matematis, diperoleh bahwa bilangan reproduksi dasar menjadi faktor kunci dalam menentukan dinamika sistem. Ketika  $\mathcal{R}_0 < 1$ , titik tetap bebas kecanduan bersifat stabil sehingga kecanduan akan hilang dari populasi. Sebaliknya, ketika  $\mathcal{R}_0 > 1$ , titik tetap endemik menjadi stabil yang menunjukkan bahwa kecanduan dapat bertahan dan menyebar. Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter yang meningkatkan peluang kecanduan memiliki pengaruh positif terhadap nilai  $\mathcal{R}_0$ , sedangkan parameter yang mendorong pemulihan dan penurunan kecanduan memiliki pengaruh negatif. Hasil simulasi numerik memperkuat analisis teoretis tersebut, di mana dinamika sistem selalu bergerak menuju titik tetap yang sesuai dengan kondisi  $\mathcal{R}_0$ . Pada kondisi  $\mathcal{R}_0 < 1$ , populasi kecanduan menurun hingga menghilang, sedangkan pada kondisi  $\mathcal{R}_0 > 1$ , populasi kecanduan dan pemulihan tak sempurna mencapai nilai keseimbangan positif. Secara keseluruhan, penelitian ini menunjukkan bahwa pendekatan pemodelan matematis mampu memberikan gambaran komprehensif mengenai penyebaran kecanduan film kartun serta mengidentifikasi parameter-parameter yang berpengaruh penting. Temuan ini dapat menjadi dasar dalam merancang strategi pengendalian yang efektif, terutama melalui upaya menekan laju kontak efektif yang menyebabkan kecanduan dan meningkatkan laju pemulihan individu.

### Saran

Penelitian selanjutnya dapat difokuskan pada pengembangan strategi kontrol optimal untuk mengurangi kecanduan film kartun, misalnya dengan menambahkan variabel kontrol yang merepresentasikan intervensi seperti edukasi, pembatasan akses tontonan, atau pengawasan orang tua. Dengan memasukkan kontrol tersebut ke dalam model yang telah dibangun, analisis optimal control dapat digunakan untuk menentukan bentuk intervensi yang paling efektif dalam menurunkan nilai  $R0R_0$  serta menekan jumlah individu yang berpindah ke kelas kecanduan. Pendekatan ini akan memperkuat hasil penelitian sebelumnya dengan tidak hanya menggambarkan dinamika kecanduan, tetapi juga memberikan rekomendasi strategi pengendalian.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bushman, B. J., & Anderson, C. A. (2001). Media violence and the American public: Scientific facts versus media misinformation. *American Psychologist*, 56(6-7), 477.
- Dinç, İlkan Devrim. Streaming Platforms, Animation Films & Cinematic Universes' Effects on Transmedia Storytelling after Covid-19. *Art Vision* 31.54 (2025): 48-58.
- Edelstein-Keshet, L. (2005). *Mathematical Models in Biology*. SIAM.
- Gentile, D. A., Reimer, R. A., Nathanson, A. I., Walsh, D. A., & Eisenmann, J. C. (2014). Protective effects of parental monitoring of children's media use: A prospective study. *JAMA pediatrics*, 168(5), 479-484.
- Guo, Youming, and Tingting Li. "Optimal control and stability analysis of an online game addiction model with two stages." *Mathematical Methods in the Applied Sciences* 43.7 (2020): 4391-4408.
- Hethcote, H. W. (2000). The Mathematics of Infectious Diseases. *SIAM Review*, 42(4), 599–653.

- Junzhe, Wang, and Xin Shuxian. Research on the development trend and evolution of the Chinese animation industry. *Journal of Humanities and Social Sciences Studies* 6.6 (2024): 63-73.
- Kaleb, I., & Endiriyas, E. (2025). A mathematical model analysis on the dynamics of online game addiction with optimal control. *International Journal of Dynamics and Control*, 13(12), 1-23.
- Khajji, B., Labzai, A., Balatif, O., & Rachik, M. (2020). Mathematical modeling and analysis of an alcohol drinking model with the influence of alcohol treatment centers. *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2020(1), 4903168.
- Kuss, D. J., & Griffiths, M. D. (2012). Internet gaming addiction: A systematic review of empirical research. *International journal of mental health and addiction*, 10(2), 278-296.
- Murray, J. D. (2002). *Mathematical Biology I: An Introduction*. New York: Springer.
- Napier, S. (2001). *Anime: From Akira to Princess Mononoke*. New York: Palgrave.
- Perko, L. (2013). *Differential Equations and Dynamical Systems*. Springer.
- Syata, I., & Halim, St. N. H. (2025). Analysis of Online Game Addiction with Crowley-Martin Incident Rate Function. *JTAM (Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika)*, 9(3), 1068–1081.
- Van den Driessche, P., & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical biosciences*, 180(1-2), 29-48.
- Verakandhi, Diyah. Perubahan preferensi menonton film pada era media sosial: Dampak short video dan implikasinya pada perilaku menonton film. *Rekam: Jurnal Fotografi, Televisi, Animasi* 20.1 (2024): 37-45.
- Weinstein, A. M. (2010). Computer and video game addiction—a comparison between game users and non-game users. *The American journal of drug and alcohol abuse*, 36(5), 268-276.
- White, E., & Comiskey, C. (2007). Heroin epidemics, treatment and ODE modelling. *Mathematical biosciences*, 208(1), 312-324.
- Zaman, G. (2011). Optimal campaign in the smoking dynamics. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2011(1), 163834.