

PENYELESAIAN MODEL PENYEBARAN PENYAKIT ISPA DENGAN MENGGUNAKAN METODE RUNGE KUTTA FEHLBERG DI PROVINSI SULAWESI SELATAN

[Completion Of The Spread Of Ari Disease Distribution Model Using The Runge Kutta Fehlbberg Method In South Sulawesi Province]

Nurazizah^{1)*}, Try Azisah Nurman²⁾, Ilham Syata³⁾

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi,
Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

¹⁾azizahnurazizah824@gmail.com (corresponding), ²⁾try.azisah@uin-alauddin.ac.id,
³⁾ilham.syata@uin-alauddin.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini membahas terkait analisis dan simulasi penyakit ISPA di Provinsi Sulawesi Selatan dengan menerapkan model RLTSM menggunakan metode Runge-Kutta Fehlbberg (RKF 45). Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian terapan yang bertujuan untuk menerapkan model RLTSM dan mengetahui solusi numerik pada model RLTSM dalam memprediksi kasus penyakit ISPA yang akan datang. Model matematika penyakit ISPA berbentuk sistem persamaan diferensial yang mencakup variabel R (Rentan), L (Laten), T (Terinfeksi), S (Sembuh), dan M (Meninggal). Hasil penelitian yang diperoleh pada tahun 2023 dengan $h = 0,01$ Tahun menggunakan metode Runge-Kutta Fehlbberg (RKF 45) dengan nilai awal yaitu $R_0 = 458.665$, $L_0 = 165.670$, $T_0 = 141.755$, $S_0 = 103.217$, $M_0 = 9$ adalah $R_{100} = 681.560$, $L_{100} = 107.068$, $T_{100} = 57.204$, $S_{100} = 167.445$, $M_{100} = 25.248$ untuk hasil orde 4 dan $R_{100} = 681.559$, $L_{100} = 107.070$, $T_{100} = 57.208$, $S_{100} = 167.442$, $M_{100} = 25.247$ untuk hasil orde 5. Laju populasi rentan mengalami peningkatan, populasi ekspos dan terinfeksi mengalami penurunan, populasi sembuh meningkat lalu menurun, dan populasi meninggal meningkat lalu stabil.

Kata kunci: ISPA; Model RLTSM; Runge-Kutta Fehlbberg; Solusi Numerik

ABSTRACT

This stud discusses the analysis and simulation of acute respiratory infection (ISPA) in South Sulawesi Province by applying the RLTSM used the Fehlbberg's Runge-Kutta method. The research is an applied research type with the aim of obtaining a model of the spread of acute respiratory infection and knowing the numerical solution of the mpdel in predicting cases future acute respiratory infection. The mathematical model for acute respiratory infection is in the farm of a system of differential equations that includes the variables R (Susceptible), L (Exposed), T (Infected), S (Recovered), dan M (Death). The research results obtained in 2023 with $h = 0,01$ years using the Fehlbberg's Runge-Kutta method with initial values of $R_0 = 458.665$, $L_0 = 165.670$, $T_0 = 141.755$, $S_0 = 103.217$, $M_0 = 9$ is $R_{100} = 681.560$, $L_{100} = 107.068$, $T_0 = 141.755$, $S_{100} = 167.445$, $M_{100} = 25.248$ for order 4 results and $R_{100} = 681.559$, $L_{100} = 107.070$, $T_{100} = 57.208$, $S_{100} = 167.442$, $M_{100} = 25.247$ for order 5 results. The rate of the susceptible population has increased, the exposed and infected population has decreased, the recovered population has increased and then decreased, and the death population has increased and then stabilized

Keywords: Acute Respiratory Infection; RLTSM Model; Fehlbberg's Runge-Kutta; Numerical Solution

PENDAHULUAN

Setiap manusia berhak untuk memiliki derajat kesehatan yang setinggi-tingginya untuk semua tingkatan umur tanpa terkecuali (Kementerian Kesehatan RI, 2014), begitupun untuk anak prasekolah di mana masa prasekolah merupakan masa yang cukup rawan terkena berbagai macam penyakit karena sistem kekebalan tubuhnya belum benar-benar terbentuk dan daya tahan tubuh yang masih lemah. Salah satu penyakit yang biasa dialami anak prasekolah ialah Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA). ISPA disebut juga dengan penyakit saluran pernapasan bawah atau atas, dan biasanya menular serta dapat menimbulkan beragam penyakit baik penyakit tanpa gejala maupun penyakit yang fatal (Simoès, dkk, 2006). Penyakit ini menyerang organ mulai dari hidung hingga gelembung paru, serta organ-organ disekitarnya yang ditularkan melalui bersin, darah, air liur, dan udara yang mengandung kuman dan berlangsung hingga 14 (Depkes, 2006). ISPA dapat menyebabkan kecacatan sampai pada usia dewasa dan juga dapat menyebabkan tingginya angka kematian pada anak dan balita (Ramadhani, Fitri, & Handayani, 2020).

Berdasarkan data Kementerian Kesehatan, ± 4 juta dari ± 13 juta anak balita yang meninggal setiap tahun karena penyakit ISPA dan sebagian besar kematian tersebut terjadi di negara berkembang (Kementerian Kesehatan RI, 2014). Beberapa tahun terakhir ISPA terus menjadi masalah kesehatan di Indonesia. Prevalensi ISPA di Indonesia pada tahun 2018 sebesar 4,4% dengan jumlah kasus sebanyak 1.017.290 kasus. Hasil laporan RISKESDAS pada tahun 2018, prevalensi ISPA pada balita di Provinsi Sulawesi Selatan menurut diagnosis tenaga kesehatan yaitu 2,73% (Kementerian Kesehatan RI, 2019).

Prevalensi penyakit infeksi saluran pernapasan akut bisa dimodelkan secara matematis, misalnya model epidemik. Pemodelan ini memberikan hasil dan manfaat berupa data untuk perencanaan, pelaksanaan, evaluasi program, pemberantasan dan pengobatan, serta pengendalian dalam penanganan penyakit ISPA (Yulida & Karim, 2021). Bentuk persamaan yang paling umum digunakan dalam model matematika ialah persamaan diferensial. Persamaan diferensial dapat diselesaikan dengan menggunakan metode analitik dan metode numerik (Costa, Trihandaru, & Santi, 2014). Namun, karena tidak semua masalah dalam persamaan diferensial dapat diselesaikan secara analitik, maka dari itu digunakan metode pendekatan untuk mendapatkan solusi yang mendekati solusi analitik yaitu dengan menggunakan metode numerik. Metode numerik digunakan untuk menyelesaikan persamaan yang sulit dan memerlukan waktu yang cukup lama untuk memperoleh hasil yang akurat dan mendekati eksak (Santoso, 2011). Salah satu metode penyelesaian model matematika dengan metode numerik adalah metode Runge-Kutta Fehlberg. Metode Runge-Kutta Fehlberg merupakan salah satu metode yang tergolong dalam metode Runge Kutta Orde-4 yang memiliki tingkat akurasi hingga Orde-5 karena metode ini memiliki 6 konstanta perhitungan yang dapat memperbarui solusi hingga Orde-5 (Mathews & Kurtis, 2004).

Beberapa penelitian terdahulu yang terkait dengan model penyebaran penyakit ISPA da (Simoès, E. A. F., Dkk, 2006)n metode Runge-Kutta Fehlberg diantaranya dilakukan oleh (Yulida & Karim, 2021) yang meneliti tentang model RLTSM penyebaran penyakit ISPA didapatkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit menyatakan jumlah populasi terinfeksi penyakit ISPA akan terus menurun dari waktu ke waktu, sedangkan titik kesetimbangan endemik menyatakan jumlah populasi terinfeksi penyakit ISPA akan terus meningkat dari waktu ke waktu. Penelitian lainnya yang dilakukan oleh (Rahmatullah, Arman, & Apriansyah, 2020) yang meneliti tentang simulasi gerak osilasi model pegas bergandeng menggunakan metode runge kutta menyatakan bahwa nilai error perhitungan yang didapatkan oleh metode Runge-Kutta Fehlberg lebih kecil daripada metode euler, leapfrog, dan Runge Kutta orde-4. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa metode Runge-Kutta Fehlberg lebih akurat dari metode numerik lainnya. Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh (Solihatini & Wulan, 2019) yang meneliti tentang penentuan solusi numerik pada model mangsa-pemangsa dengan pemanenan pada mangsa menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg.

Model ini berbentuk sistem persamaan diferensial biasa yang dapat diselesaikan dengan menggunakan metode Euler, Heun, Runge-Kutta Orde 4, Runge-Kutta Fehlberg, dan lain-lain. Pada beberapa penelitian menyatakan bahwa metode Runge-Kutta Fehlberg memiliki tingkat ketelitian yang baik dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial biasa. Olehnya itu, penulis menyelesaikan model ini menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian terapan yang membahas tentang solusi numerik model RLTSM pada penyebaran penyakit ISPA dengan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45). Data yang digunakan merupakan data penderita penyakit ISPA tahun 2022 yang diperoleh dari Dinas Kesehatan (Dinkes) Provinsi Sulawesi Selatan dan Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sulawesi Selatan. Langkah awal yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu pengambilan data sesuai dengan model atau variabel yang dibutuhkan. Dimana, dalam penelitian ini ada lima variabel yang digunakan yaitu populasi yang rentan terhadap penyakit ISPA, populasi individu yang laten penyakit ISPA, populasi individu yang terinfeksi penyakit ISPA, populasi individu yang sembuh dari penyakit ISPA, dan populasi individu yang meninggal karena penyakit ISPA. Selanjutnya menentukan nilai awal dan nilai parameter dari data yang diperoleh. Kemudian mencari solusi numerik model RLTSM pada penyebaran penyakit ISPA menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45). Setelah itu, melakukan simulasi program menggunakan aplikasi R-Studio. Kemudian melakukan interpretasi solusi numerik dan menarik kesimpulan dari solusi numerik pada penyebaran penyakit ISPA menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45). Solusi numerik dihitung menggunakan rumus:

$$y_{i+1} = y_i + h(a_1k_1 + a_2k_2 + a_3k_3 + a_4k_4 + a_5k_5) \quad (1)$$

$$\hat{y}_{i+1} = y_i + h(a_1k_1 + a_2k_2 + a_3k_3 + a_4k_4 + a_5k_5 + a_6k_6) \quad (2)$$

dengan:

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (3)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1h, y_i + q_{11}k_1h) \quad (4)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2h, y_i + q_{21}k_1h + q_{22}k_2h) \quad (5)$$

$$k_4 = f(x_i + p_3h, y_i + q_{31}k_1h + q_{32}k_2h + q_{33}k_3h) \quad (6)$$

$$k_5 = f(x_i + p_4h, y_i + q_{41}k_1h + q_{42}k_2h + q_{43}k_3h + q_{44}k_4h) \quad (7)$$

$$k_6 = f(x_i + p_5h, y_i + q_{51}k_1h + q_{52}k_2h + q_{53}k_3h + q_{54}k_4h + q_{55}k_5h) \quad (8)$$

Keterangan:

y_{i+1} : Solusi untuk metode RKF 45 orde 4

\hat{y}_{i+1} : Solusi untuk metode RKF 45 orde 5

x_i dan y_i : Nilai awal

i : 0, 1, 2, ..., n - 1

h : Ukuran langkah

a, p dan q : Konstanta (Mathews & Kurtis, 2004).

Adapun cara menentukan galat pemotongan/galat relatif pada metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) sebagai berikut:

$$\varepsilon = |\hat{y}_{i+1} - y_{i+1}| \quad (9)$$

Keterangan:

ε : Galat/Error

y_{i+1} : Solusi untuk metode RKF 45 orde 4

\hat{y}_{i+1} : Solusi untuk metode RKF 45 orde 5 (Atkinson, 1989)

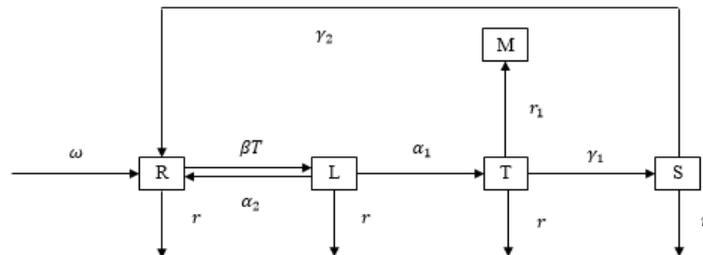
HASIL DAN PEMBAHASAN

Model RLTSM pada Penyebaran Penyakit ISPA

Dalam membentuk suatu model matematika pada penyebaran penyakit ISPA diperlukan beberapa asumsi, Adapun asumsi yang dihasilkan adalah:

1. Populasi penduduk tertutup, yang artinya penambahan dan pengurangan populasi hanya dipengaruhi oleh kematian atau kelahiran.
2. Jika terjadi kontak langsung antara individu dari kelompok Rentan dengan individu dari kelompok Terinfeksi maka akan terjadi penularan penyakit ISPA.
3. Individu dari kelompok Rentan yang terinfeksi penyakit ISPA dapat dikategorikan ke dalam kelompok yang Laten, jika memiliki gejala terinfeksi penyakit ISPA.
4. Individu dari kelompok Laten dapat dikategorikan ke dalam kelompok Rentan jika individu tersebut sembuh secara alami.
5. Individu dari kelompok Laten dapat dikategorikan ke dalam kelompok Terinfeksi apabila individu tersebut menunjukkan adanya gejala terinfeksi penyakit ISPA.
6. Individu dari kelompok Terinfeksi dapat menularkan penyakit ISPA.
7. Jumlah individu pada kelompok Rentan akan bertambah karena adanya kelahiran.
8. Individu dari kelompok Terinfeksi dapat mengalami kematian karena ISPA ataupun mengalami kematian secara alami. Selain itu, individu dari kelompok Laten kemungkinan besar hanya dapat mengalami kematian secara alami.
9. Individu pada kelompok Terinfeksi digolongkan ke dalam kelompok Sembuh apabila individu tersebut sembuh karena pengobatan.
10. Individu pada kelompok Sembuh diasumsikan memiliki kekebalan tubuh sementara dan dapat dikatakan bahwa individu tersebut kembali ke kelompok Rentan.
11. Individu dalam kelompok Terinfeksi dapat mengalami kematian karena ISPA dan digolongkan ke dalam kelompok Meninggal.

Berdasarkan beberapa asumsi di atas, maka dapat digambarkan kompartemen penyebaran penyakit ISPA seperti pada gambar berikut:



Gambar 1. Diagram Model RLTSM pada Penyebaran Penyakit ISPA

Berdasarkan gambar di atas, model matematika yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$\frac{dR}{dt} = \omega - \beta SI + \alpha_2 E + \gamma_2 R - rS. \quad (10)$$

$$\frac{dL}{dt} = \beta SI - (\alpha_1 + \alpha_2 + r)E. \quad (11)$$

$$\frac{dT}{dt} = \alpha_1 E - (\gamma_1 + r + r_1)I. \quad (12)$$

$$\frac{dS}{dt} = \gamma_1 I - (\gamma_2 + r)R. \quad (13)$$

$$\frac{dM}{dt} = r_1 I. \quad (14)$$

dengan:

$R(t)$: jumlah individu yang rentan terkena penyakit ISPA pada waktu t .

$L(t)$: jumlah individu yang laten penyakit ISPA pada waktu t .

$T(t)$: jumlah individu yang terjangkit penyakit ISPA pada waktu t .

$S(t)$: jumlah individu yang sembuh dari penyakit ISPA dan memiliki kekebalan sementara pada waktu t .

$M(t)$: jumlah individu meninggal karena penyakit ISPA pada waktu t .

ω : laju kelahiran.

α_2 : laju kesembuhan karena kekebalan alami dari kelompok *Laten*.

γ_2 : laju penurunan kekebalan tubuh setelah sembuh dari penyakit ISPA.

β : laju infeksi individu dari kelompok *Rentan* menjadi individu *Laten* (jika terjadi kontak dengan kelompok *Terinfeksi*).

r : laju kematian alami.

α_1 : laju infeksi/aktivasi bakteri ISPA pada individu dari kelompok *Laten* menjadi individu *Terinfeksi*.

γ_1 : laju kesembuhan dengan pengobatan.

r_1 : laju kematian akibat penyakit ISPA.

Nilai Awal dan Nilai Parameter Model RLTSM

Berdasarkan data dari Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2022 mengenai penderita penyakit ISPA yang terdiri dari populasi individu yang laten sebesar **165.670** jiwa, populasi individu yang terinfeksi sebesar **141.755** jiwa, populasi individu yang sembuh sebesar **103.217** jiwa, dan populasi individu yang meninggal sebesar **9** jiwa dengan jumlah populasi balita di Provinsi Sulawesi Selatan yang tersebar di 24 Kabupaten/Kota yaitu sebesar **896.316** jiwa, dengan Angka harapan hidup yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2022 sebesar **70,97** tahun.

Populasi individu Rentan terhadap penyakit ISPA di hitung dengan mengurangi jumlah populasi balita dengan jumlah populasi Laten, populasi Terinfeksi, populasi Sembuh, dan populasi Meninggal, yaitu

$$R = N - (L + T + S + M) = 896.316 - (165.670 + 141.755 + 103.217 + 9) = 485.665.$$

Berdasarkan data yang telah di peroleh maka didapatkan nilai awalan dan nilai parameter untuk setiap variabel pada Model RLTSM adalah sebagai berikut:

Tabel 1. Nilai Awal

Variabel	Nilai	Sumber
R_0	485.665	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
L_0	165.670	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
T_0	141.755	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
S_0	103.217	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
M_0	9	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan

Tabel 2. Nilai Awal Hasil Proporsi

Variabel	Nilai	Sumber
R_0	0,54183	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
L_0	0,18483	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
T_0	0,15815	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
S_0	0,111516	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
M_0	0,00001	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan

Adapun nilai parameter yang akan digunakan pada model RLTSM pada penyebaran penyakit ISPA dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 3. Nilai Parameter

Parameter	Nilai	Sumber
ω	0,17364	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
α_2	0,5	Asumsi
γ_2	0,01	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
β	0,34111	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
r	0,01409	Badan Pusat Statistik Provinsi Sulawesi Selatan
α_1	0,07143	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
γ_1	0,072817	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan
r_1	0,27183	Dinas Kesehatan Provinsi Sulawesi Selatan

Solusi Numerik Model RLTSM

Nilai parameter yang diperoleh seperti pada Tabel 5 disubstitusikan ke persamaan (10) sampai (14) sehingga diperoleh persamaan pada model RLTSM penyebaran penyakit ISPA di Provinsi Sulawesi Selatan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dt} &= \omega - \beta SI + \alpha_2 E + \gamma_2 R - rS. \\ &= 0,17364 - 0,34111SI + 0,5E + 0,01R - 0,01409S \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= \beta SI - (\alpha_1 + \alpha_2 + r)E. \\ &= 0,34111SI - (0,07143 + 0,5 + 0,01409)E \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= \alpha_1 E - (\gamma_1 + r + r_1)I. \\ &= 0,07143E - (0,072817 + 0,01409 + 0,27183)I \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \gamma_1 I - (\gamma_2 + r)R. \\ &= 0,072817 - (0,01 + 0,01409)R \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &= r_1 I. \\ &= 0,27183I \end{aligned} \tag{19}$$

Untuk iterasi pertama dengan nilai awal seperti pada Tabel 4 dan $h = 0,01$ diperoleh nilai untuk setiap fungsi evaluasi yang dihitung menggunakan persamaan (3) sampai (8).

Tabel 4. Fungsi Evaluasi

$k_1 = 0,00230341$	$l_1 = -0,00078991$	$m_1 = -0,00147176$	$n_1 = 0,00112386$	$o_1 = 0,00042990$
$k_2 = 0,00230274$	$l_2 = -0,00078912$	$m_2 = -0,00146817$	$n_2 = 0,00112111$	$o_2 = 0,00042890$
$k_3 = 0,0023024$	$l_3 = -0,00078873$	$m_3 = -0,00146638$	$n_3 = 0,00111975$	$o_3 = 0,00042840$
$k_4 = 0,00230094$	$l_4 = -0,00078701$	$m_4 = -0,00145856$	$n_4 = 0,00111376$	$o_4 = 0,00042622$
$k_5 = 0,0022998$	$l_5 = -0,00078567$	$m_5 = -0,00145245$	$n_5 = 0,00110908$	$o_5 = 0,00042452$
$k_6 = 0,00231179$	$l_6 = -0,00078834$	$m_6 = -0,00146458$	$n_6 = 0,00111837$	$o_6 = 0,0004279$

1. Penyelesaian Model RLTSM menggunakan Metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) Orde 4

Dengan menggunakan persamaan (1), maka diperoleh persamaan untuk menghitung nilai *Rentan*, *Laten*, *Terinfeksi*, *Sembuh*, dan *Meninggal* dengan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) Orde 4 sebagai berikut:

$$R_{i+1} = R_i + \frac{25}{216}k_1 + \frac{1408}{2565}k_3 + \frac{2197}{4104}k_4 - \frac{1}{5}k_5. \tag{20}$$

$$L_{i+1} = L_i + \frac{25}{216}l_1 + \frac{1408}{2565}l_3 + \frac{2197}{4104}l_4 - \frac{1}{5}l_5. \tag{21}$$

$$T_{i+1} = T_i + \frac{25}{216} m_1 + \frac{1408}{2565} m_3 + \frac{2197}{4104} m_4 - \frac{1}{5} m_5. \quad (22)$$

$$S_{i+1} = S_i + \frac{25}{216} n_1 + \frac{1408}{2565} n_3 + \frac{2197}{4104} n_4 - \frac{1}{5} n_5. \quad (23)$$

$$M_{i+1} = M_i + \frac{25}{216} o_1 + \frac{1408}{2565} o_3 + \frac{2197}{4104} o_4 - \frac{1}{5} o_5. \quad (24)$$

Kemudian mensubstitusikan nilai evaluasi yang diperoleh pada Tabel 6 ke persamaan (20) sampai (24), maka akan diperoleh solusi numerik model RLTSM sebagai berikut:

$$\begin{aligned} R_{0+1} &= R_0 + \frac{25}{216} k_1 + \frac{1408}{2565} k_3 + \frac{2197}{4104} k_4 - \frac{1}{5} k_5 \\ &= 0,5441523 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{0+1} &= L_0 + \frac{25}{216} l_1 + \frac{1408}{2565} l_3 + \frac{2197}{4104} l_4 - \frac{1}{5} l_5 \\ &= 0,1840414 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{0+1} &= T_0 + \frac{25}{216} m_1 + \frac{1408}{2565} m_3 + \frac{2197}{4104} m_4 - \frac{1}{5} m_5 \\ &= 0,15668439 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{0+1} &= S_0 + \frac{25}{216} n_1 + \frac{1408}{2565} n_3 + \frac{2197}{4104} n_4 - \frac{1}{5} n_5 \\ &= 0,1162792 \end{aligned}$$

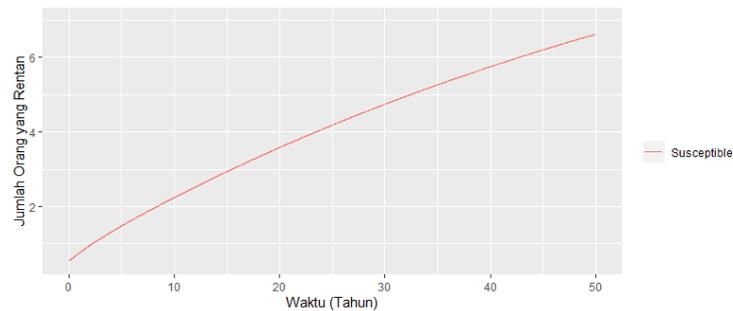
$$\begin{aligned} M_{0+1} &= M_0 + \frac{25}{216} o_1 + \frac{1408}{2565} o_3 + \frac{2197}{4104} o_4 - \frac{1}{5} o_5 \\ &= 0,0004381850 \end{aligned}$$

Jadi pada waktu $h = 0,01$ diperoleh $R_1 = 0,5441523$, $L_1 = 0,1840414$, $T_1 = 0,15668439$, $S_1 = 0,1162792$, dan $M_1 = 0,0004381850$. Selanjutnya dilakukan hal yang sama untuk iterasi selanjutnya hingga iterasi ke-5000 atau diprediksi laju untuk 50 tahun kedepan pada setiap populasi menggunakan program R-Studio, seperti yang dicantumkan pada tabel di bawah ini:

Tabel 5. Hasil Solusi Numerik Penyebaran Penyakit ISPA Menggunakan Metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) Orde 4

$t(\text{Tahun})$	R	L	T	S	M
0	0,54185	0,18483	0,15815	0,11516	0,00001
1	0,760385	0,119472	0,063859	0,186785	0,028158
2	0,959557	0,075611	0,027313	0,213083	0,039793
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
49	6,54276	$2,29 \times 10^{-10}$	$2,46 \times 10^{-11}$	0,077942	0,050109
50	6,624406	$1,62 \times 10^{-10}$	$1,74 \times 10^{-11}$	0,076087	0,050109

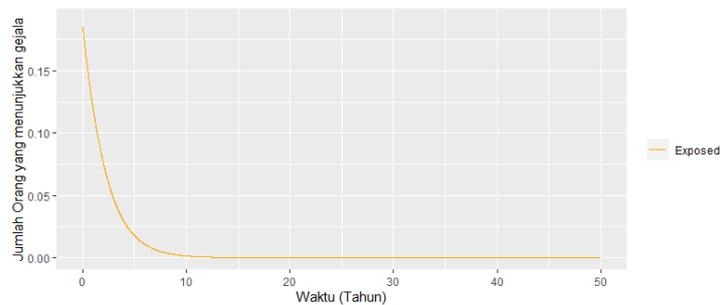
Selanjutnya diperoleh grafik plot hasil iterasi numerik dengan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) Orde 4 pada penyebaran penyakit ISPA untuk setiap populasi Rentan, Laten, Terinfeksi, Sembuh, dan Meninggal menggunakan program R-Studio yang di tunjukkan pada gambar berikut:



Gambar 2. Penyebaran Jumlah Rentan pada Penyakit ISPA

Pada gambar 2 memperlihatkan bahwa dengan nilai awal atau R_0 sebesar 485.665 jiwa dapat membuat jumlah populasi Rentan meningkat dari waktu ke waktu hingga berada pada waktu 50 tahun ke depan senilai 5.937.598 jiwa. Meningkatnya jumlah populasi Rentan disebabkan karena adanya angka kelahiran yang tinggi, dan adanya laju kesembuhan karena kekebalan alami dari kelompok Laten, serta adanya laju penurunan kekebalan tubuh setelah sembuh dari penyakit ISPA.

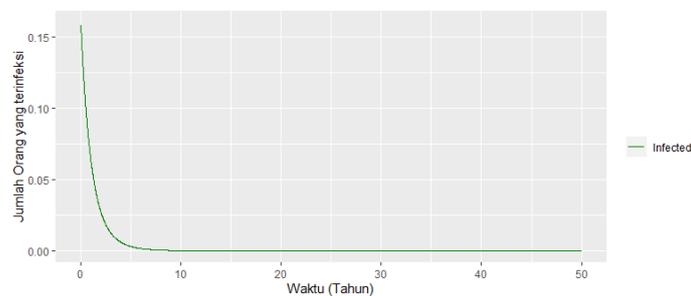
Selanjutnya untuk hasil iterasi laju kelompok individu yang laten atau ditunjukkan pada grafik 3 sebagai berikut:



Gambar 3. Penyebaran Jumlah Laten pada penyakit ISPA

Pada gambar 3 memperlihatkan bahwa dengan nilai awal atau L_0 sebesar 165.670 jiwa dapat membuat jumlah populasi Laten mengalami penurunan dari waktu ke waktu hingga berada pada waktu 50 tahun ke depan. Penurunan tersebut terjadi akibat adanya perpindahan status dari individu Laten menjadi individu Rentan karena laju kesembuhan akibat kekebalan alami, individu Laten menjadi individu Terinfeksi karena adanya laju infeksi bakteri ISPA, dan adanya kematian alami.

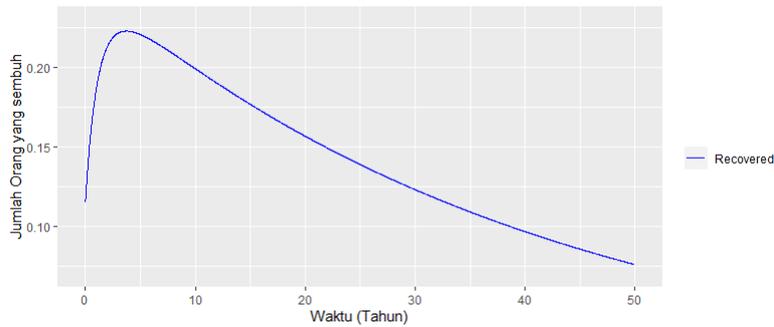
Selanjutnya untuk hasil iterasi laju kelas individu yang terinfeksi (T) penyakit ISPA ditunjukkan pada grafik 4 berikut ini.



Gambar 4. Penyebaran Jumlah Terinfeksi pada penyakit ISPA

Pada gambar 4 memperlihatkan bahwa dengan nilai awal atau T_0 sebesar 141.755 jiwa dapat membuat jumlah populasi Laten mengalami penurunan dari waktu ke waktu hingga berada pada waktu 50 tahun ke depan. Penurunan tersebut terjadi akibat adanya perpindahan status dari individu Terinfeksi menjadi individu Sembuh karena laju kesembuhan akibat pengobatan, individu Terinfeksi menjadi individu Meninggal akibat laju kematian karena penyakit, dan karena adanya kematian alami.

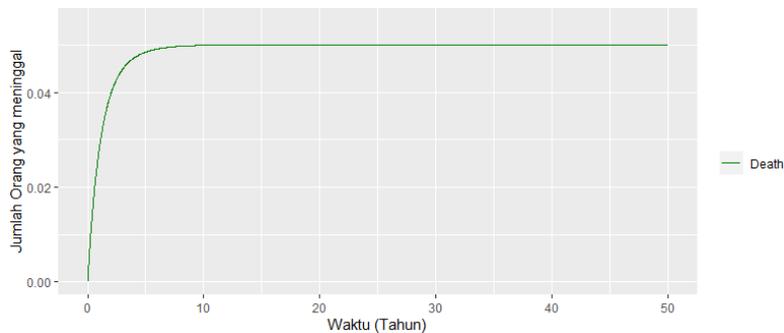
Selanjutnya untuk hasil iterasi laju kelas individu yang sembuh penyakit ISPA ditunjukkan pada grafik 5 berikut ini.



Gambar 5. Penyebaran Jumlah Sembuh pada penyakit ISPA

Pada gambar 5 memperlihatkan bahwa dengan jumlah nilai awal atau S_0 sebesar **103.217** jiwa dapat membuat populasi Sembuh mengalami peningkatan hingga mencapai titik puncak dan berada pada waktu **3** tahun kedepan dengan populasi individu sebesar **199.700** jiwa. Namun, setelah melewati titik puncak tersebut terjadi penurunan secara terus menerus dari waktu ke waktu. Peningkatan tersebut terjadi karena individu dari kelompok Terinfeksi berubah menjadi kelompok Sembuh karena laju kesembuhan akibat pengobatan dan terjadi penurunan yang menunjukkan bahwa beberapa tahun kedepan akan terjadi perubahan pada jumlah populasi pada kelompok Sembuh, hal ini terjadi karena adanya perpindahan dari kelompok Sembuh ke kelompok Rentan akibat laju penurunan kekebalan tubuh setelah sembuh dan juga karena adanya kematian alami. Besarnya jumlah populasi pada kelompok Sembuh pada waktu **50** tahun kedepan sebesar **68.196** jiwa.

Selanjutnya untuk hasil iterasi laju kelompok individu yang meninggal dapat dilihat pada gambar 6 berikut ini:



Gambar 6. Penyebaran Jumlah Meninggal pada penyakit ISPA

Gambar 6 di atas memperlihatkan bahwa dengan nilai awal atau M_0 sebesar **9** jiwa dapat membuat populasi Meninggal dalam waktu **50** tahun kedepan mengalami peningkatan setiap tahunnya dan mulai stabil pada **44.914** jiwa. Peningkatan tersebut terjadi karena adanya individu Terinfeksi yang meninggal akibat penyakit ISPA.

2. Penyelesaian Model RLTSM menggunakan Metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) Orde 5

Dengan menggunakan persamaan (2), maka diperoleh persamaan untuk menghitung nilai Rentan, Laten, Terinfeksi, Sembuh, dan Meninggal dengan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) Orde 5 sebagai berikut:

$$\hat{R}_{i+1} = R_i + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{56430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6 \tag{24}$$

$$\hat{L}_{i+1} = L_i + \frac{16}{135}l_1 + \frac{6656}{12825}l_3 + \frac{28561}{56430}l_4 - \frac{9}{50}l_5 + \frac{2}{55}l_6 \quad (25)$$

$$\hat{T}_{i+1} = T_i + \frac{16}{135}m_1 + \frac{6656}{12825}m_3 + \frac{28561}{56430}m_4 - \frac{9}{50}m_5 + \frac{2}{55}m_6 \quad (26)$$

$$\hat{S}_{i+1} = S_i + \frac{16}{135}n_1 + \frac{6656}{12825}n_3 + \frac{28561}{56430}n_4 - \frac{9}{50}n_5 + \frac{2}{55}n_6 \quad (27)$$

$$\hat{M}_{i+1} = M_i + \frac{16}{135}o_1 + \frac{6656}{12825}o_3 + \frac{28561}{56430}o_4 - \frac{9}{50}o_5 + \frac{2}{55}o_6 \quad (28)$$

Penyelesaian numerik untuk model RLTSM pada penyebaran penyakit ISPA dengan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) orde 5 dapat dilakukan dengan langkah-langkah yang sama pada penyelesaian model RLTSM pada penyebaran penyakit ISPA dengan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) orde 4, yaitu dengan mensubstitusikan nilai parameter dan fungsi evaluasi pada persamaan (24) sampai (28), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \hat{R}_{0+1} &= R_i + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{56430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6 \\ &= 0,5441522 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{L}_{0+1} &= L_i + \frac{16}{135}l_1 + \frac{6656}{12825}l_3 + \frac{28561}{56430}l_4 - \frac{9}{50}l_5 + \frac{2}{55}l_6 \\ &= 0,1840415 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{T}_{0+1} &= T_i + \frac{16}{135}m_1 + \frac{6656}{12825}m_3 + \frac{28561}{56430}m_4 - \frac{9}{50}m_5 + \frac{2}{55}m_6 \\ &= 0,15668449 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{S}_{0+1} &= S_i + \frac{16}{135}n_1 + \frac{6656}{12825}n_3 + \frac{28561}{56430}n_4 - \frac{9}{50}n_5 + \frac{2}{55}n_6 \\ &= 0,1162791 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{M}_{0+1} &= M_i + \frac{16}{135}o_1 + \frac{6656}{12825}o_3 + \frac{28561}{56430}o_4 - \frac{9}{50}o_5 + \frac{2}{55}o_6 \\ &= 0,0004381569 \end{aligned}$$

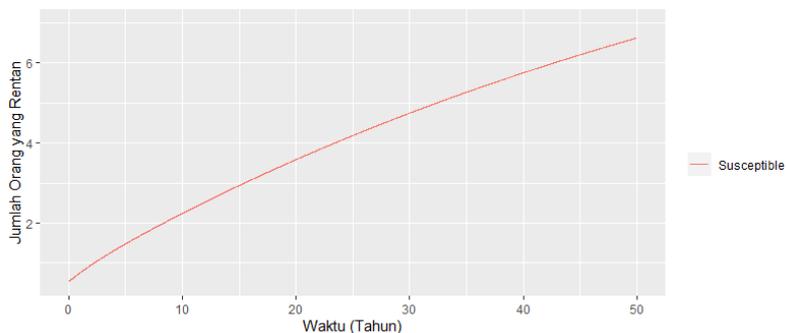
Jadi pada waktu $h = 0,01$ diperoleh $\hat{R}_1 = 0,5441522$, $\hat{L}_1 = 0,1840415$, $\hat{T}_1 = 0,15668449$, $\hat{S}_1 = 0,1162791$, dan $\hat{M}_1 = 0,0004381569$. Selanjutnya dilakukan hal yang sama untuk iterasi selanjutnya hingga iterasi ke-5000 atau diprediksi laju untuk 50 tahun kedepan pada setiap populasi menggunakan program R-Studio, seperti yang dicantumkan pada tabel di bawah ini:

Tabel 6. Hasil Solusi Numerik Penyebaran Penyakit ISPA Menggunakan Metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) Orde 5

$t(\text{Tahun})$	R	L	T	S	M
0	0,54185	0,18483	0,15815	0,11516	0,00001
1	0,760385	0,119472	0,063859	0,186785	0,028158
2	0,959557	0,075611	0,027313	0,213083	0,039793
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
49	654276	$2,29 \times 10^{-10}$	$2,46 \times 10^{-11}$	0,077942	0,050109
50	6,624406	$1,62 \times 10^{-10}$	$1,74 \times 10^{-11}$	0,076087	0,050109

Selanjutnya diperoleh grafik plot hasil iterasi numerik dengan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) Orde 5 pada penyebaran penyakit ISPA untuk setiap populasi Rentan,

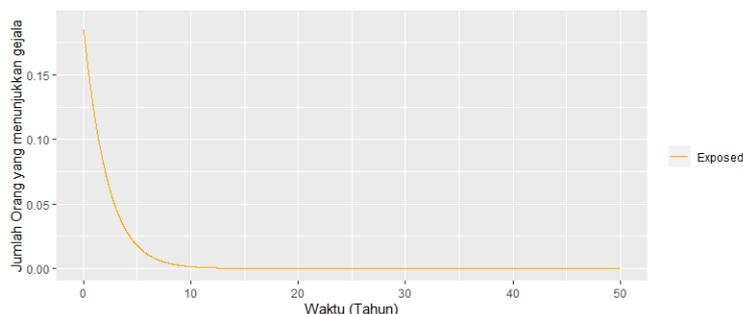
Laten, Terinfeksi, Sembuh, dan Meninggal menggunakan program R-Studio yang di tunjukkan pada gambar berikut:



Gambar 7. Penyebaran Jumlah Rentan pada penyakit ISPA

Pada gambar 7 memperlihatkan bahwa dengan nilai awal atau R_0 sebesar **485.665** jiwa dapat membuat jumlah populasi Rentan meningkat dari waktu ke waktu hingga berada pada waktu **50** tahun ke depan senilai **5.937.594** jiwa. Meningkatnya jumlah populasi Rentan disebabkan karena adanya angka kelahiran yang tinggi, dan adanya laju kesembuhan karena kekebalan alami dari kelompok Laten, serta adanya laju penurunan kekebalan tubuh setelah sembuh dari penyakit ISPA.

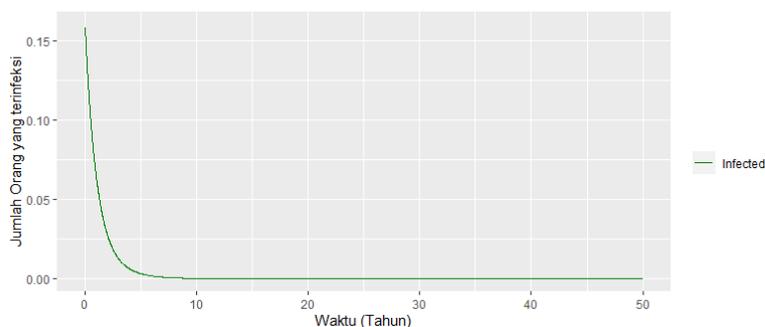
Selanjutnya untuk hasil iterasi laju kelompok individu yang laten dapat dihat pada gambar 8 berikut ini:



Gambar 8. Penyebaran Jumlah Laten pada penyakit ISPA

Pada gambar 8 memperlihatkan bahwa dengan nilai awal atau L_0 sebesar **165.670** jiwa dapat membuat jumlah populasi Laten mengalami penurunan dari waktu ke waktu hingga berada pada waktu **50** tahun kedepan. Penurunan tersebut terjadi akibat adanya perpindahan status dari individu Laten menjadi individu Rentan karena laju kesembuhan akibat kekebalan alami, individu Laten menjadi individu Terinfeksi karena adanya laju infeksi bakteri ISPA, dan adanya kematian alami.

Selanjutnya untuk hasil iterasi laju kelas individu yang terinfeksi penyakit ISPA ditunjukkan pada grafik 9 berikut ini.

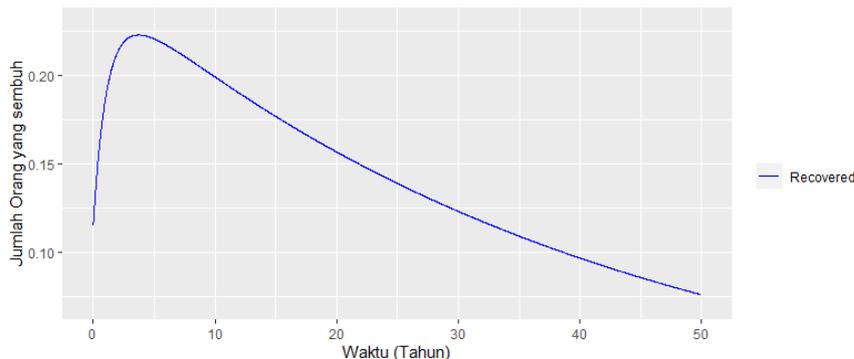


Gambar 9. Penyebaran Jumlah Terinfeksi pada penyakit ISPA

Pada gambar 9 memperlihatkan bahwa dengan nilai awal atau T_0 sebesar **141.755** jiwa dapat membuat jumlah populasi Laten mengalami penurunan dari waktu ke waktu hingga berada pada waktu

50 tahun kedepan. Penurunan tersebut terjadi akibat adanya perpindahan status dari individu Terinfeksi menjadi individu Sembuh karena laju kesembuhan akibat pengobatan, individu Terinfeksi menjadi individu Meninggal akibat laju kematian karena penyakit, dan karena adanya kematian alami.

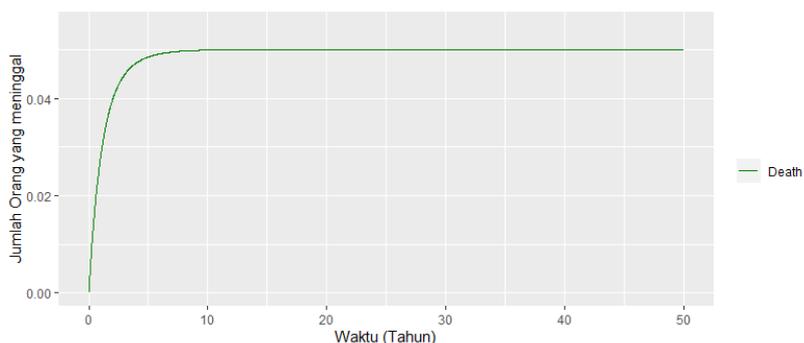
Selanjutnya untuk hasil iterasi laju kelas individu yang sembuh penyakit ISPA ditunjukkan pada grafik 10 berikut ini.



Gambar 10. Penyebaran Jumlah Sembuh pada penyakit ISPA

Pada gambar 10 memperlihatkan bahwa dengan jumlah nilai awal atau S_0 sebesar 103.217 jiwa dapat membuat populasi Sembuh mengalami peningkatan hingga mencapai titik puncak dan berada pada waktu 3 tahun kedepan dengan populasi individu sebesar 199.699 jiwa. Namun, setelah melewati titik puncak tersebut terjadi penurunan secara terus menerus dari waktu ke waktu. Peningkatan tersebut terjadi karena individu dari kelompok Terinfeksi berubah menjadi kelompok Sembuh karena laju kesembuhan akibat pengobatan dan terjadi penurunan yang menunjukkan bahwa beberapa tahun kedepan akan terjadi perubahan pada jumlah populasi pada kelompok Sembuh, hal ini terjadi karena adanya perpindahan dari kelompok Sembuh ke kelompok Rentan akibat laju penurunan kekebalan tubuh setelah sembuh dan juga karena adanya kematian alami. Besarnya jumlah populasi pada kelompok Sembuh pada waktu 50 tahun kedepan sebesar 68.196 jiwa.

Selanjutnya untuk hasil iterasi laju kelompok individu yang meninggal dapat dilihat pada gambar 11 berikut ini:



Gambar 11. Penyebaran Jumlah Meninggal pada penyakit ISPA

Gambar 11 di atas memperlihatkan bahwa dengan nilai awal atau M_0 sebesar 9 jiwa dapat membuat populasi Meninggal dalam waktu 50 tahun kedepan mengalami peningkatan setiap bulannya dan mulai stabil pada 44.914 jiwa. Peningkatan tersebut terjadi karena adanya individu Terinfeksi yang meninggal akibat penyakit ISPA.

Analisis Galat

Hasil penyelesaian model RLTSM pada penyebaran penyakit ISPA menggunakan metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) untuk $h = 0,01$ ditunjukkan pada tabel 4.4 dan tabel 4.5. Berdasarkan hasil analisis yang dilakukan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) dapat ditentukan galat (*error*) dengan menggunakan rumus galat relatif hampiran.

Tabel 7. Galat Metode Runge-Kutta Fehlberg pada penyebaran penyakit ISPA di Provinsi Sulawesi Selatan

Jumlah Iterasi (Tahun)	Galat
100	$7,01106 \times 10^{-13}$
200	$5,03798 \times 10^{-13}$
⋮	⋮
4900	$9,76996 \times 10^{-15}$
5000	$9,76996 \times 10^{-15}$

Berdasarkan Tabel 7 dapat dilihat nilai galat dengan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg yang menunjukkan bahwa semakin banyak iterasi semakin kecil nilai galatnta.

PENUTUP

Simpulan

Solusi numerik model RLTSM pada penyebaran penyakit ISPA di Provinsi Sulawesi Selatan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) orde 4 dengan ukuran langkah $h = 0,01$ diperoleh untuk prediksi 50 tahun kedepan yaitu untuk populasi individu yang rentan sebesar $R = 681.545,8860.066,1.025.370, \dots, 5.937.561$, untuk populasi individu yang laten sebesar $L = 107.085,67.771,42.144, \dots, 1,45203192 \times 10^{-4}$, untuk populasi individu yang terinfeksi sebesar $T = 57.238,24.481,11.210, \dots, 1,55958984 \times 10^{-5}$, untuk populasi individu yang sembuh sebesar $S = 167.418,190.990,198.577, \dots, 68.198$, dan untuk populasi individu yang meninggal sebesar $M = 25.238,35.667,40.258, \dots, 44.914$.

Adapun solusi numerik yang diperoleh untuk metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF 45) orde 5 dengan ukuran langkah $h = 0,01$ untuk prediksi 50 tahun kedepan yaitu untuk populasi individu yang rentan sebesar $R = 681.545,8860.066,1.025.370, \dots, 5.937.561$, untuk populasi individu yang laten sebesar $L = 107.085,67.771,42.144, \dots, 1,45203192 \times 10^{-4}$, untuk populasi individu yang terinfeksi sebesar $T = 57.238, 24.481,11.210, \dots, 1,55958984 \times 10^{-5}$, untuk populasi individu yang sembuh sebesar $S = 167.418,190.990,198.577, \dots, 68.198$, dan untuk populasi individu yang meninggal sebesar $M = 25.238,35.667,40.528, \dots, 44.914$.

Saran

Adapun saran pada penelitian ini yaitu dapat mencoba beberapa model yang sesuai dengan kondisi terkini dan sesuai daerah masing-masing serta menggunakan metode yang dapat memberikan hasil yang lebu teliti.

DAFTAR PUSTAKA

- Atkinson, K. E. (1989). *An Introduction to Numerical Analysis*. Kanada: John Wiley & Sons, Inc.
- Costa, J. D., Trihandaru, S., & Santi, M. R. (2014). Analisis Numerik untuk Gerak Osilasi Bergandeng pada Air Track dengan Metode Runge-Kutta. *Prosiding Pertemuan Ilmiah XXVIII HFI Jateng & DIY Yogyakarta*.
- Depkes, R. (2006). *Glosarium Data dan Informasi Kesehatan*. Jakarta: Pustaka Obor Populer.
- Kementerian Kesehatan RI. (2014). *Bimbingan Keterampilan Dalam Penalaksanaan ISPA pada Anak*. Jakarta: Kemenkes RI.
- Kementrian, Kesehatan, & RI. (2019). *Laporn Provinsi Sulawesi Selatan Riskesdas 2018*. Jakarta: Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan.
- Mathews, & Kurtis. (2004). *Numerical Methods Using Matlab*. 4th Editions New Jersey: The Prentice Hall, Inc.
- Putra, Y., & Wulandari, S. (2019). Faktor Penyebab Kejadian ISPA. *Jurnal Kesehatan, 10 (1)*, 37-40.
- Rahmatullah, S., Arman, Y., & Apriansyah, A. (2020). Simulasi Gerak Osilasi Model Pegas Bergandeng Mnegunakan Metode Runge Kutta. *Prisma Fisika, 8 (3)*, 180-184.

- Ramadhani, T. F., Fitri, I., & Handayani, E. E. (2020). Sistem Pakar Diagnosa Penyakit ISPA Berbasis Web dengan Metode Forward Chaining. *JOINTECS (Journal Of Information Teknologi and Computer Science)*, 5 (2), 81-90.
- RI, K. K. (2019). *Laporan Provinsi Sulawesi Selatan Riskesdas 2018*. Jakarta: Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan.
- Rokhmayanti, S. K. (2021). *Surveilans Kesehatan Masyarakat*. Yogyakarta: Universitas Ahmad Dahlan.
- Santoso, F. G. (2011). *Analisis Perbandingan Metode Numerik Dalam Mneyeleaikan Persamaan-persamaan Serentak*. Widya Warta No. 01 XXXV.
- Simoos, E. A. F., Dkk. (2006). *Acute Respiratory Infectious in Children*. The International Bank for Reconstruction and Development.
- Solihatin, N., & Wulan, E. (2019). Penentuan Solusi Numerik Pada Model Mangsa-Pemangsa Dengan Menggunakan Metode Runge-Kutta-Fehlberg. *Jurnal Publikasi Matematika*, 4 (2), 178-186.
- Yulida, Y., & Karim, M. A. (2021). Model Matematika RLTSM (Susceptible, Exposed, Infected, Recovered, dan Death) untuk Penyebaran Penyakit ISPA. *Journal Systems*, Vol. 15, No. 7.